

ФРАКТАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ РЯДОВ РЕЧНОГО СТОКА

Гайдукова Е.В.¹

¹ – *Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ),
г. Санкт-Петербург, Россия, oderint@mail.ru*

Аннотация. Рассчитываются фрактальные (корреляционные) размерности многолетних рядов речного стока, которые необходимы для нахождения оптимального числа фазовых переменных в математических моделях. Построены карты распределения размерностей пространства вложения.

Ключевые слова: математические модели, фрактальная размерность, фазовые переменные, размерность пространства вложения.

Определение фрактальной размерности временных рядов необходимо для нахождения оптимального числа фазовых переменных в математической модели.

Фрактальная диагностика основана на методе расчета корреляционной размерности [1]:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} (\ln C(r) / \ln r),$$

где r – задаваемое евклидово расстояние, в пределах которого подсчитывается число парных точек; $C(r)$ – относительная доля точек, изменяющаяся при изменении r . Величина $C(r)$ называется корреляционной суммой (или корреляционным интегралом).

Фрактальные размерности позволяют оценить минимальное число фазовых переменных (целое число, непосредственно следующее за фрактальной размерностью – размерность пространства вложения), необходимое для надежного моделирования и прогнозирования изучаемых процессов.

Были продиагностированы ряды годового стока, минимального летне-осеннего и зимнего стока, максимального стока. Результаты в виде размерности пространства вложения представлены на рис. 1.

Фрактальные размерности рядов годового стока для Восточной Сибири меняются от 0,28 (бассейн р. Лены) до 3,80 (локальные речные бассейны) со средним значением 1,30, для Западной Сибири – от 0,26 до 3,49 со средним значением 1,44, для ЕТР – от 0,49 до 4,80 (бассейн р. Волга) с преобладающим значением 2.

На рис. 1, а видно, что большая часть рассматриваемой территории имеет размерность пространства вложения равную двум, т. е. помимо стоковой характеристики при моделировании и прогнозировании следует учитывать еще испарение и/или изменение суммарных влагозапасов речных бассейнов [2, 3].

Фрактальная диагностика рядов минимального летне-осеннего стока показала, что дробная размерность для Восточной Сибири меняется от 0,21 (бассейн р. Усури) до 2,74 (бассейн р. Лена) с преобладающим значением в пределах от 1 до 2. Для Западной Сибири – от 0,18 (нижнее и среднее течение рек Обь и Иртыш) до 2,29 (верхнее течение р. Оби) с преобладающим значением до 1. И для ЕТР – от 0,12 (бассейн р. Печоры) до 4,95 (верхнее течение р. Дона) с преобладающим значением 1,5.

Для рядов наблюдений за минимальным зимним стоком фрактальная размерность в Восточной Сибири меняется от 0,1 (бассейн р. Кан) до 2,70 (бассейн р. Тунгуска) со средним значением 0,95. Для Западной Сибири – от 0,13 до 2,24 с преобладающим значением до 1. И для ЕТР – от 0,12 (запад ЕТР) до 2,67 (бассейн р. Дона) с преобладающим значением 1.

Размерность пространства вложения не превосходит трех для зимнего минимального стока (см. рис. 1, в) и для территории Восточной и Западной Сибири для летне-осеннего минимального стока (см. рис. 1, б). При этом значительные территории

имеют размерность единица. Это, значит, что для устойчивого описания процесса формирования минимального летне-осеннего стока требуется модель из одного дифференциального уравнения первого порядка. Для территории ЕТР четкой закономерности в распределении размерностей пространства вложения не прослеживается. В некоторых бассейнах размерность вложения достигает пяти для летне-осеннего стока, но значительные территории имеют размерность не более двух.

Фрактальная диагностика рядов максимального стока выявила, что дробная размерность для Восточной Сибири меняется от 0,09 до 1,54 с преобладающим значением в пределах до 1. Для Западной Сибири – от 0,16 до 1,37 с преобладающим значением также до 1. И для ЕТР – от 0,07 до 1,99 со средним значением 0,5.

На рис. 1, *г* видно, что для максимального слоя стока весеннего половодья размерность пространства вложения не превосходит двух. При этом значительные территории имеют размерность единица. Имеются локальные бассейны, для которых размерность пространства вложения равняется двум. В основном эти бассейны находятся в Восточной Сибири и на северо-западе ЕТР. Это, значит, что для устойчивого описания процесса формирования максимального стока в таких бассейнах требуется модель, представляющая собой систему дифференциальных уравнений первого порядка [4] или модель может быть нелинейной.

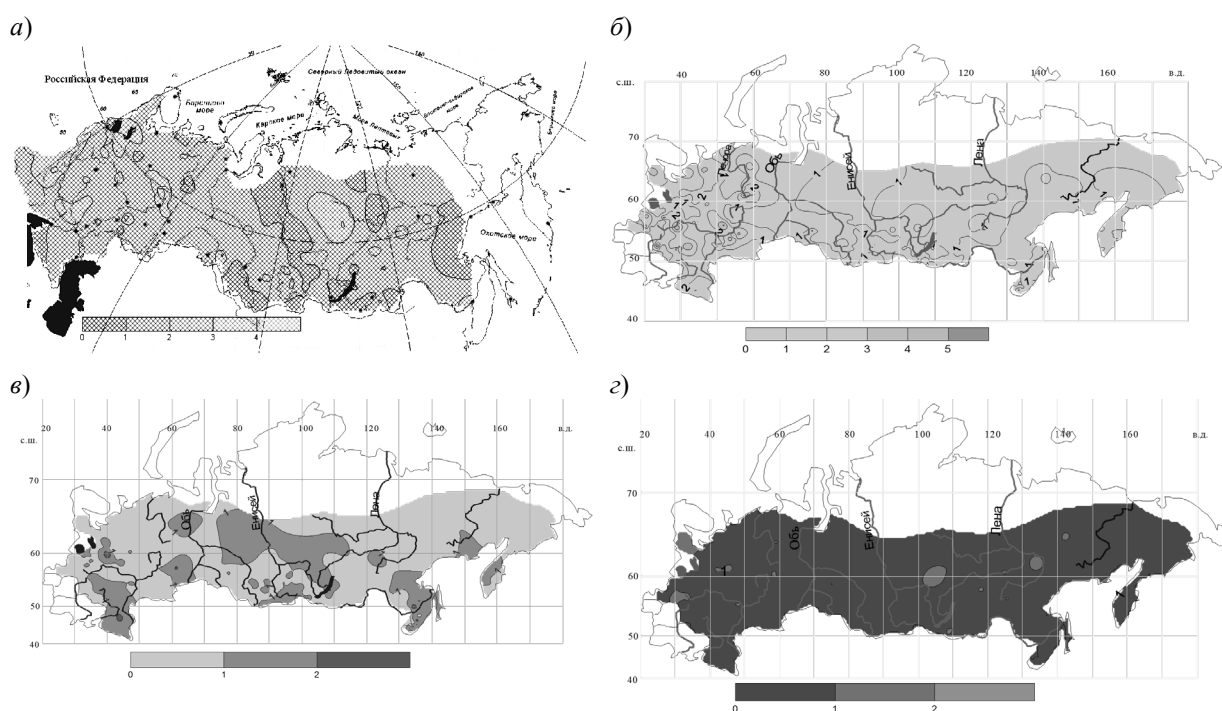


Рис. 1. Карты распределения размерностей пространства вложения для годового (*а*), минимального летне-осеннего (*б*), минимального зимнего (*в*), максимального стока весеннего половодья (*г*).

Литература

1. Гайдукова Е.В. Фрактальная диагностика в моделировании гидрологических процессов. – СПб.: Астерион, 2017. – 98 с.
2. Kovalenko V. V., Gaidukova E. V. The phenomenon of nonzero norm of long-term changes in the total water supply in river basins // American Journal of Environmental Sciences, Т. 11, № 2, 2015. – С. 76–80.
3. Бабкин В.И., Постников А.Н. Генезис вод и сток р. Лена в маловодные и многоводные годы // Метеорология и гидрология, № 2, 2004. – С. 96–101.
4. Гайдукова Е.В., Шаночкин С.В., Москалюк М.А. Учет испарения при математическом моделировании речного стока // Ученые записки РГГМУ, № 52, 2018. – С. 79–87.

FRACTAL DIMENSIONS OF THE RIVER RUNOFF SERIES

Gaidukova E.V.¹

*1 – Russian State Hydrometeorological University (RSHU), Saint-Petersburg, Russia,
oderiut@mail.ru*

Abstract. The fractal (correlation) dimensions of the multi-year river runoff series are calculated, which are necessary for finding the optimal number of phase variables in mathematical models. The distribution maps of the dimensions of the embedding space are constructed.

Key words: mathematical models, fractal dimension, phase variables, nesting space dimension.